

## Egyenletek, egyenlőtlenségek Megoldások

- 1) a) Oldja meg a  $7 + x < -2 \cdot (x - 2)$  egyenlőtlenséget a valós számok halmazán! (2 pont)
- b) Oldja meg az  $x^2 + x - 6 \leq 0$  egyenlőtlenséget a valós számok halmazán! (4 pont)
- c) Legyen az  $A$  halmaz a  $7 + x < -2 \cdot (x - 2)$  egyenlőtlenség valós megoldásainak halmaza,  $B$  pedig az  $x^2 + x - 6 \leq 0$  egyenlőtlenség valós megoldásainak halmaza. Adja meg az  $A \cup B$ ,  $A \cap B$  és  $B \setminus A$  halmazokat! (6 pont)

### Megoldás:

- a)  $7 + x < -2 \cdot (x - 2) \Leftrightarrow 3x < -3$ , (1 pont)  
ahonnan  $x < -1$ . ( $A = ]-\infty; -1[$ ) (1 pont)
- b) Az  $x^2 + x - 6 = 0$  egyenlet gyökei:  $-3; 2$  (2 pont)  
Mivel a főegyüttható pozitív, (1 pont)  
ezért  $-3 \leq x \leq 2$ . ( $B = [-3; 2]$ ) (1 pont)
- c) Lásd: Halmazok 40. feladat

**Összesen: 12 pont**

- 2) Az  $a = 2$  és  $b = -1$  esetén számítsa ki  $C$  értékét, ha  $\frac{1}{C} = \frac{1}{a} + \frac{1}{b}$ ! (2 pont)

### Megoldás:

$$C = -2 \quad (2 \text{ pont})$$

- 3) Oldja meg a valós számpárok halmazán a következő egyenletrendszert!

$$\left. \begin{array}{l} x \cdot y = 600 \\ (x - 10) \cdot (y + 5) = 600 \end{array} \right\} \quad (12 \text{ pont})$$

### Megoldás:

$$x = \frac{600}{y}, \text{ ahol } y \neq 0 \quad (1 \text{ pont})$$

$$xy + 5x - 10y = 650 \quad (2 \text{ pont})$$

$$600 + \frac{3000}{y} - 10y = 650$$

$$3000 - 10y^2 = 50y \quad (1 \text{ pont})$$

$$y^2 + 5y - 300 = 0 \quad (2 \text{ pont})$$

$$y_1 = 15; y_2 = -20 \quad (2 \text{ pont})$$

$$x_1 = 40; x_2 = -30 \quad (2 \text{ pont})$$

Ellenőrzés... (2 pont)

**Összesen: 12 pont**

- 4) Oldja meg a valós számok halmazán az alábbi egyenletet:  
 $-2x^2 + 13x + 24 = 0$ ! (2 pont)

### Megoldás:

Az egyenlet gyökei  $-1,5$  és  $8$ . (2 pont)

5) a) Oldja meg a valós számok halmazán a következő egyenletet!

$$(x + 2)^2 - 90 = 5 \cdot (0,5x - 17)$$

(5 pont)

b) Oldja meg a valós számok halmazán  $\frac{3-x}{7x} < 2$  egyenlőtlenséget!

(7 pont)

**Megoldás:**

a) A zárójelek felbontása:  $x^2 + 4x + 4 - 90 = 2,5x - 85$  (1 pont)

$$x^2 + 1,5x - 1 = 0$$
 (1 pont)

$$x_1 = 0,5, x_2 = -2$$
 (2 pont)

A gyökök a valós számok halmazán megfelelnek. (1 pont)

b)  $\frac{3-x}{7x} - 2 < 0$  (1 pont)

$$\frac{3-15x}{7x} < 0$$
 (1 pont)

$$3-15x > 0 \text{ és } 7x < 0$$
 (1 pont)

$$\Rightarrow x < 0$$
 (1 pont)

$$\text{vagy } 3-15x < 0 \text{ és } 7x > 0$$
 (1 pont)

$$\Rightarrow x > 0,2$$
 (1 pont)

Az egyenlőtlenség megoldása:  $]-\infty; 0[ \cup ]0,2; \infty[$ . (1 pont)

**Összesen: 12 pont**

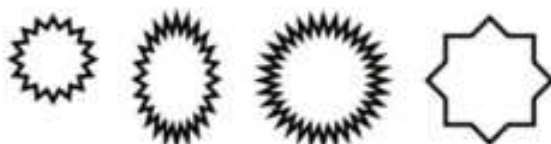
6) Ha az eredetileg  $I_0 \left( \frac{\text{watt}}{\text{m}^2} \right)$  intenzitású lézersugár  $x$  mm ( $x \geq 0$ ) mélyre hatol egy bizonyos anyagban, akkor ebben a mélységben intenzitása  $I(x) = I_0 \cdot 0,1^{\frac{x}{6}} \left( \frac{\text{watt}}{\text{m}^2} \right)$  lesz. Ezt az anyagot  $I_0 = 800 \left( \frac{\text{watt}}{\text{m}^2} \right)$  intenzitású lézersugárral világítják meg.

a) Töltse ki az alábbi táblázatot! (Az intenzitásra kapott mérőszámokat egészre kerekítve adja meg!) (3 pont)

$x$ (mm)	0	0,3	0,6	1,2	1,5	2,1	3
$I(x) \left( \frac{\text{watt}}{\text{m}^2} \right)$	800						

b) Mekkora mélységben lesz a behatoló lézersugár intenzitása az eredeti érték  $I_0$  15%-a? (A választ tizedmilliméterre kerekítve adja meg!) (6 pont)

c) Egy gyermekszínház műsorának valamelyik jelenetében dekorációként az ábrán látható elrendezés szerinti négy csillag közül egyeseket zöld vagy kék lézerfényvel rajzolnak ki. Hány különböző dekorációs terv készülhet, ha legalább egy csillagot ki kell rajzolni a lézerrel? (8 pont)



**Megoldás:**

a)

$x$ (mm)	0	0,3	0,6	1,2	1,5	2,1	3
$I(x)$ $\left(\frac{\text{watt}}{\text{m}^2}\right)$	800	713	635	505	450	357	253

(3 pont)

b) Megoldandó a  $0,15 = 0,1^{\frac{x}{6}}$  egyenlet (ahol  $x$  a keresett távolság mm-ben mérve).

$$\lg 0,15 = \frac{x}{6} \cdot 0,1 \quad (2 \text{ pont})$$

$$x = 6 \cdot \frac{\lg 0,15}{\lg 0,1} \quad (2 \text{ pont})$$

$$x \approx 4,9 \quad (1 \text{ pont})$$

A lézersugár intenzitása kb. 4,9 mm mélységben csökken az eredeti érték **15%-ára.** (1 pont)

c) *Lásd: Kombinatorika 14. feladat*

**Összesen: 17 pont**

**7) Oldja meg az egyenletet a valós számok halmazán!**

$$x^2 - 25 = 0 \quad (2 \text{ pont})$$

**Megoldás:**

$$5; -5 \quad (2 \text{ pont})$$

**8) Oldja meg a valós számok halmazán a következő egyenlőtlenségeket!**

a)  $x - \frac{x-1}{2} > \frac{x-3}{4} - \frac{x-2}{3}$  (5 pont)

b)  $-3x^2 - 1 \leq -4$  (7 pont)

**Mindkét esetben ábrázolja a megoldáshalmazt számegyenesen!**

**Megoldás:**

a)  $12x - 6 \cdot (x-1) > 3 \cdot (x-3) - 4 \cdot (x-2)$  (1 pont)

$$12x - 6x + 6 > 3x - 9 - 4x + 8 \quad (1 \text{ pont})$$

$$6x + 6 > -x - 1 \quad (1 \text{ pont})$$

$$7x > -7 \text{ azaz } x > -1 \quad (1 \text{ pont})$$



b)  $-3x^2 \leq -3$  (1 pont)

$$x^2 \geq 1 \quad (2 \text{ pont})$$

(Az egyenlőtlenség megoldáshalmaza azoknak az  $x$  számoknak a halmaza, amelyekre teljesül)  $x \geq 1$  (1 pont)

vagy  $x \leq -1$  (1 pont)



**Összesen: 12 pont**

**9) Mekkora az  $x^2 - 6,5x - 3,50$  egyenlet valós gyökeinek összege, illetve szorzata? Válaszát indokolja!** (3 pont)

**Megoldás:**

Az egyenlet gyökei: 7 és -0,5. (2 pont)

A gyökök összege: **6,5.**

A gyökök szorzata: **-3,5.** (1 pont)

**Összesen: 3 pont**

**10) Oldja meg az alábbi egyenleteket a valós számok halmazán!**

a)  $5^{x+1} + 5^{x+2} = 30$  (5 pont)

b)  $\frac{3}{x} - \frac{2}{x+2} = 1$ , ahol  $x \neq 0$  és  $x \neq -2$  (7 pont)

**Megoldás:**a) *Lásd: Exponenciális és logaritmusos feladatok 18. feladat*

b) Az egyenlet bal oldalát közös nevezőre hozva:  $\frac{3(x+2) - 2x}{x(x+2)} = 1$  (1 pont)

Az egyenlet mindkét oldalát  $x(x+2)$ -vel szorozva

$3(x+2) - 2x = x(x+2)$  (1 pont)

A zárójelek felbontása és összevonás után:  $x+6 = x^2 + 2x$  (1 pont)

Nullára rendezve:  $x^2 + x - 6 = 0$  (1 pont)

A másodfokú egyenlet gyökei:  $x_1 = -3$ ;  $x_2 = 2$  (2 pont)

Ellenőrzés (1 pont)

**Összesen: 12 pont****11) a) Oldja meg a valós számok halmazán az  $\frac{x+2}{3-x} \geq 0$  egyenlőtlenséget!** (7 pont)

b) Adja meg az  $x$  négy tizedesjegyre kerekített értékét, ha  $4 \cdot 3^x + 3^x = 20$ . (4 pont)

c) Oldja meg a  $2 \cos^2 x + 3 \cos x - 2 = 0$  egyenletet a  $[-\pi; \pi]$  alaphalmazon. (6 pont)

**Megoldás:**a) Ha  $x < 3$ , akkor  $(3-x > 0)$ , ezért  $x+2 \geq 0$ , vagyis  $x \geq -2$ . (2 pont)A 3-nál kisebb számok halmazán tehát a  $[-2; 3[$  intervallum minden eleme megoldása az egyenlőtlenségnek. (1 pont)Ha  $x > 3$ , akkor  $(3-x < 0)$ , ezért  $x+2 \leq 0$ , vagyis  $x \leq -2$ . (2 pont)

A 3-nál nagyobb számok halmazában nincs ilyen elem, tehát a 3-nál nagyobb számok között nincs megoldása az egyenlőtlenségnek. (1 pont)

A megoldáshalmaz:  $[-2; 3[$ . (1 pont)b) *Lásd: Exponenciális és logaritmusos feladatok 19. feladat*c) *Lásd: Trigonometria 13. feladat***Összesen: 17 pont****12) Legyenek  $f$  és  $g$  a valós számok halmazán értelmezett függvények, továbbá:  $f(x) = 5x + 5,25$  és  $g(x) = x^2 + 2x + 3,5$** 

a) Számítsa ki az alábbi táblázat hiányzó értékeit! (3 pont)

$x$	3	$x$	
$f(x)$		$g(x)$	2,5

b) Adja meg a  $g$  függvény értékkészletét! (3 pont)c) Oldja meg az  $5x + 5,25 > x^2 + 2x + 3,5$  egyenlőtlenséget a valós számok halmazán! (6 pont)

**Megoldás:**

- a)  $f(3) = 20,25$  (1 pont)  
 $x^2 + 2x + 3,5 = 2,5$  (1 pont)  
 $x = -1$  (1 pont)
- b) *Lásd: Függvények 32. feladat*
- c) Rendezés után:  $x^2 - 3x - 1,75 < 0$  . (1 pont)  
 Az  $x^2 - 3x - 1,75 = 0$  egyenlet gyökei:  $x_1 = -\frac{1}{2}$  és  $x_2 = \frac{7}{2}$ . (2 pont)  
 Mivel a másodfokú kifejezés főegyütthatója pozitív, (1 pont)  
 ezért az egyenlőtlenség megoldása:  $-\frac{1}{2} < x < \frac{7}{2}$  . (2 pont)

**Összesen: 12 pont****13) Mely  $x$  valós számokra igaz, hogy  $x^2 = 9$ ?** (2 pont)**Megoldás:**

- $x_1 = -3$ . (1 pont)  
 $x_2 = 3$ . (1 pont)

**Összesen: 2 pont****14) a) Melyik  $(x; y)$  valós számpár megoldása az alábbi egyenletrendszernek?**

$$\left. \begin{array}{l} 2x - 6y = 4 \\ 3x + 5y = 20 \end{array} \right\} \quad (6 \text{ pont})$$

**b) Oldja meg az alábbi egyenletet!**

$$\sqrt{x+2} = x \quad (6 \text{ pont})$$

**Megoldás:**

- a) (1)  $2x - 6y = 4$   
 (2)  $3x + 5y = 20$   
 (1)  $2x = 4 + 6y$   
 $x = 2 + 3y$  (1 pont)  
 (2)  $3(2 + 3y) + 5y = 20$  (1 pont)  
 $6 + 9y + 5y = 20$  (1 pont)  
 $y = 1$  (1 pont)  
 $x = 2 + 3y = 5$  (1 pont)  
 Ellenőrzés. Megoldás: **(5;1)**. (1 pont)
- b) *Lásd: Abszolútértékes és gyökös kifejezések 8. feladat*

**Összesen: 12 pont****15) Oldja meg az alábbi egyenleteket a valós számok halmazán!**

a)  $\frac{x-1}{2} + \frac{2x}{5} = 4$  (5 pont)

b)  $\lg(x-1) + \lg 4 = 2$  (7 pont)

**Megoldás:**

a)  $5 \cdot (x - 1) + 2 \cdot (2x) = 2 \cdot 5 \cdot 4$  (2 pont)

Tehát  $x = 5$  (2 pont)

Visszahelyettesítéssel az eredeti egyenletbe megbizonyosodtunk róla, hogy az  $x = 5$  megoldás helyes. (1 pont)

b) *Lásd: Exponenciális és logaritmikus feladatok 21. feladat*

**Összesen: 12 pont**

16)

a) **Oldja meg a valós számok halmazán a következő egyenletet!**

$$x + 4 = \sqrt{4x + 21} \quad (6 \text{ pont})$$

b) **Oldja meg az alábbi egyenletrendszert, ahol  $x$  és  $y$  valós számot jelöl!**

$$\left. \begin{array}{l} 3x + y = 16 \\ 5x - 2y = 45 \end{array} \right\} \quad (6 \text{ pont})$$

**Megoldás:**

a) *Lásd: Abszolútértékes és gyökös kifejezések 11. feladat*

b) Az egyenlő együtthatók módszerét alkalmazva az első egyenletet beszorozva 2-vel:

$$\left. \begin{array}{l} 6x + 2y = 32 \\ 5x - 2y = 45 \end{array} \right\} \quad (2 \text{ pont})$$

Egyszerűsítés után adódik:

$$11x = 77 \quad (1 \text{ pont})$$

$$x = 7 \quad (1 \text{ pont})$$

Visszahelyettesítve  $x$ -et:

$$y = -5 \quad (1 \text{ pont})$$

Ellenőrzés. (1 pont)

A feladat megoldható a klasszikus behelyettesítő módszerrel is!

**Összesen: 12 pont**

17) **Oldja meg a következő egyenletet a valós számok halmazán:**

$$(x - 3)^2 + 2x = 14$$

**Válaszát indokolja!** (3 pont)

**Megoldás:**

$$(x - 3)^2 = x^2 - 6x + 9 \quad (1 \text{ pont})$$

$$\text{Az egyenletet rendezve: } x^2 - 4x - 5 = 0 \quad (1 \text{ pont})$$

$$x_1 = 5, x_2 = -1 \quad (1 \text{ pont})$$

**Összesen: 3 pont**

18) **Anna és Zsuzsi is szeretné megvenni az újságosnál az egyik magazint, de egyik lánynak sincs elegendő pénze. Anna pénzéből hiányzik a magazin árának 12%-a, Zsuzsi pénzéből pedig az ár egyötöde. Ezért elhatározzák, hogy közösen veszik meg a magazint. A vásárlás után összesen 714 Ft-juk maradt.**

a) **Mennyibe került a magazin, és mennyi pénzüik volt a lányoknak külön-külön a vásárlás előtt?** (10 pont)

b) **A maradék 714 Ft-ot igazságosan akarják elosztani, azaz úgy, hogy a vásárlás előtti és utáni pénzüik aránya azonos legyen. Hány forintja maradt Annának, illetve Zsuzsinak az osztzkodás után?** (7 pont)

**Megoldás:**

- a) Jelentse  $x$  a magazin árát. (1 pont)  
 Annának  $0,88x$  forintja van. (1 pont)  
 Zsuzsinak  $\frac{4}{5}x$  forintja van. (1 pont)

Az egyenlet:  $0,88x + \frac{4}{5}x - x = 714$  (2 pont)

$x = 1050$  (1 pont)

$0,88x = 924$  és (1 pont)

$\frac{4}{5}x = 840$  (1 pont)

**A magazin 1050 Ft-ba került. Annának eredetileg 924 Ft-ja, Zsuzsinak 840 Ft-ja volt.** (1 pont)

Ellenőrzés. (1 pont)

- b) A maradékból Annának  $a$ , Zsuzsinak  $714 - a$  Ft jut. (1 pont)

$\frac{924}{840} = \frac{a}{714 - a}$  vagy  $\frac{0,88}{0,8} = \frac{a}{714 - a}$  (2 pont)

Ebből:  $a = 374$  (1 pont)

$714 - a = 340$  (1 pont)

**Tehát Annának 374 Ft-ja, Zsuzsinak 340 Ft-ja marad a vásárlás után.**

(1 pont)

Ellenőrzés. (1 pont)

**Összesen: 17 pont**

- 19) 2001-ben a havi villanyszámla egy háztartás esetében három részből állt. az alapdíj 240 Ft, ez független a fogyasztástól, a nappali áram díja 1 kWh fogyasztás esetén 19,8 Ft, az éjszakai áram díja 1 kWh fogyasztás esetén 10,2 Ft. A számla teljes értékének 12 %-át kell még általános forgalmi adóként (ÁFA) kifizetnie a fogyasztónak.

- a) Mennyit fizetett forintra kerekítve egy család abban a hónapban, amikor a nappali fogyasztása 39 kWh, az éjszakai fogyasztása 24 kWh volt? (3 pont)

- b) Adjon képletet a befizetendő számla  $F$  összegére, ha a nappali fogyasztás  $x$  kWh, és az éjszakai fogyasztás pedig  $y$  kWh! (3 pont)

- c) Mennyi volt a család fogyasztása a nappali, illetve és az éjszakai áramból abban a hónapban, amikor 5456 Ft-ot fizettek, és tudjuk, hogy a nappali fogyasztásuk kétszer akkora volt, mint az éjszakai? (8 pont)

- d) Mekkora volt a nappali és az éjszakai fogyasztás aránya abban a hónapban, amikor a kétféle fogyasztásért (alapdíj és ÁFA nélkül) ugyanannyit kellett fizetni? (3 pont)

**Megoldás:**

a)  $h = 1,12(240 + 39 \cdot 19,8 + 24 \cdot 10,2) = 1407,84 \approx \mathbf{1408 \text{ Ft}}$ -ot fizettek. (2+1 pont)

b)  $F = 1,12(240 + 19,8x + 10,2y)$  (3 pont)

c)  $5456 = 1,12(240 + 19,8x + 10,2y)$  (2 pont)

$x = 2y$  (2 pont)

$4871,43 = 240 + 39,6y + 10,2y$  (1 pont)

$$4631,43 = 49,8y \quad (1 \text{ pont})$$

$$y = 93 \quad (1 \text{ pont})$$

**A nappali áramból 186 kWh, az éjszakaiból 93 kWh volt a fogyasztás.**

(1 pont)

d)  $19,8x = 10,2y \quad (1 \text{ pont})$

$$\frac{x}{y} = \frac{10,2}{19,8} \approx \mathbf{0,515} \text{ a keresett arány.} \quad (2 \text{ pont})$$

**Összesen: 17 pont**

**20) Egy farmernadrág árát 20 %-kal felemelték, majd amikor nem volt elég nagy a forgalom, az utóbbi árat 25 %-kal csökkentették. Most 3600 Ft-ért lehet a farmert megvenni. Mennyi volt az eredeti ára? Válaszát számítással indokolja!** (4 pont)

**Megoldás:**

$$1,2 \cdot 0,75x = 3600 \text{ Ha } x \text{ Ft a farmer eredeti ára, akkor} \quad (3 \text{ pont})$$

$$x = \mathbf{4000 \text{ Ft}} \quad (1 \text{ pont})$$

**Összesen: 4 pont**

**21) Az erdőgazdaságban háromféle fát nevelnek (fenyő, tölgy, platán) három téglalap elrendezésű parcellában. A tölgyfák parcellájában 4-gyel kevesebb sor van, mint a fenyőfákéban, és minden sorban 5-tel kevesebb fa van, mint ahány fa a fenyő parcella egy sorában áll. 360-nal kevesebb tölgyfa van, mint fenyőfa. A platánok telepítésekor a fenyőkéhez viszonyítva a sorok számát 3-mal, az egy sorban lévő fák számát 2-vel növelték. Így 228-cal több platánfát telepítettek, mint fenyőt.**

**a) Hány sor van a fenyők parcellájában? Hány fenyőfa van egy sorban?** (10 pont)

**b) Hány platánfát telepítettek?** (2 pont)

**Megoldás:**

a)

	sorok száma	egy sorban lévő fák száma	összesen	
fenyő	$x$	$y$	$x \cdot y$	
tölgy	$x - 4$	$y - 5$	$(x - 4)(y - 5)$	$x \cdot y - 360$
platán	$x + 3$	$y + 2$	$(x + 3)(y + 2)$	$x \cdot y + 228$

(3 pont)

A tölgyek és platánok összes számát kétféle módon felírva kapjuk az alábbi egyenleteket:

$$(x - 4)(y - 5) = x \cdot y - 360 \quad (1 \text{ pont})$$

$$(x + 3)(y + 2) = x \cdot y + 228 \quad (1 \text{ pont})$$

Rendezés után

$$\begin{cases} 5x + 4y = 380 \\ 2x + 3y = 222 \end{cases} \quad (2 \text{ pont})$$

$$\text{Innen } x = 36 \text{ és } y = 50 \quad (2 \text{ pont})$$

A fenyők parcellájában **36** sor, és egy sorban **50** db fenyőfa van. (1 pont)

b) *Lásd: Szöveges feladatok 5. feladat*

**Összesen: 12 pont**



22) Bea édesapja két és félszer olyan idős most, mint Bea. 5 év múlva az édesapa 50 éves lesz. Hány éves most Bea? Válaszát indokolja! (3 pont)

**Megoldás:**

Ha Bea most  $x$  éves, akkor  $2,5x = 45$ , (2 pont)

ahonnan  $x = 18$ . (1 pont)

**Összesen: 3 pont**

23) Ha fél kilogramm narancs 75 Ft-ba kerül, akkor hány kilogramm narancsot kapunk 300 Ft-ért? (2 pont)

**Megoldás:**

2 kilogrammot. (2 pont)

24) Egy vállalat 250 000 Ft-ért vásárol egy számítógépet. A gép egy év alatt 10%-ot veszít az értékéből. Mennyi lesz a gép értéke 1 év elteltével? Írja le a számítás menetét! (3 pont)

**Megoldás:**

A gép értékének 10%-a:  $250000 \cdot 0,1 = 25000$  (Ft)

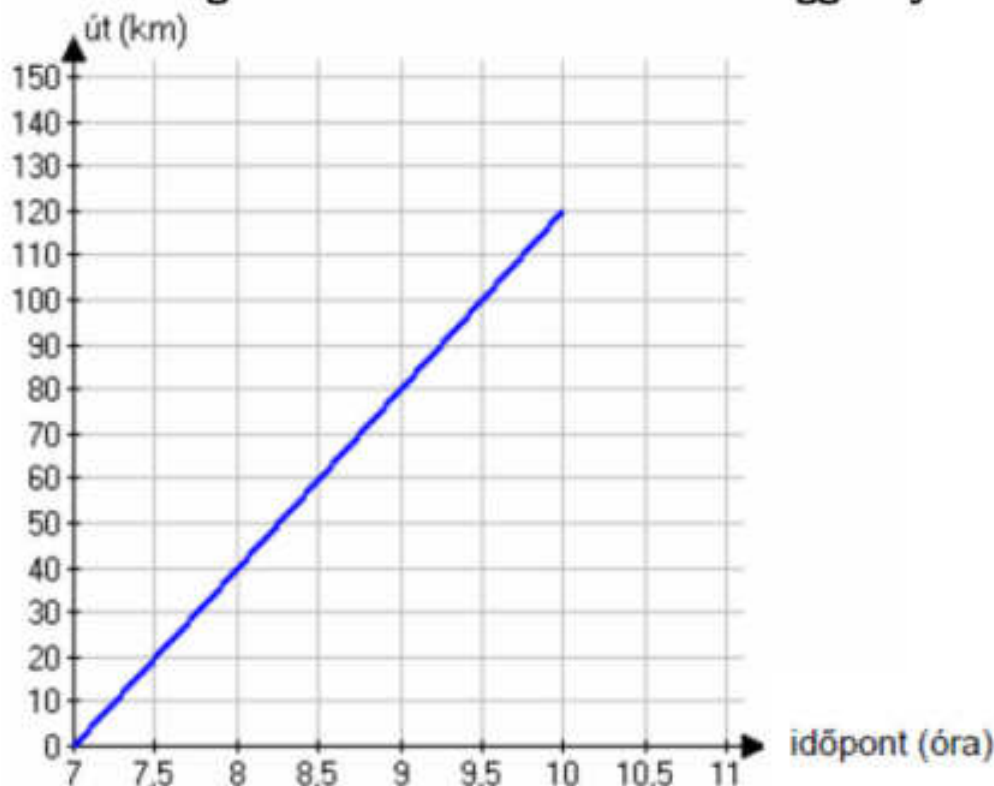
Egy év múlva:  $250000$  (Ft) -  $25000$  (Ft)

VAGY: Egy év után 90%-ra csökken az érték:  $0,9 \cdot 250000$ . (2 pont)

A gép értéke: **225 000 Ft** lesz. (1 pont)

**Összesen: 3 pont**

25) Budapestről reggel 7 órakor egy tehervonat indul Debrecenbe, amely megállás nélkül egyenletes sebességgel halad. A koordinátarendszerben a tehervonat által megtett utat ábrázoltuk az idő függvényében.



a) Mekkora utat tett meg a tehervonat az első órában? (2 pont)

b) Számítsa ki, hogy hány óra alatt tesz meg a tehervonat 108 kilométert? (2 pont)

Budapestről reggel 7 óra 30 perckor egy gyorsvonat is indul ugyanazon az útvonalon Debrecenbe, amely megállás nélkül 70 km/h állandó nagyságú sebességgel halad.

c) Rajzolja be a fenti koordinátarendszerbe a vonat út-idő grafikonját a 7 óra 30 perc és 9 óra 30 perc közötti időszakban! (2 pont)

d) Számítsa ki, hogy mikor és mekkora út megtétele után éri utol a gyorsvonat a tehervonatot! (11 pont)

**Megoldás:**

a) **40 km.** (2 pont)

b) **2,7 óra.** (2 pont)

c) *Lásd: Szöveges feladatok 5. feladat*

d) A tehervonat 0,5 óra alatt 20 km-t tesz meg. (1 pont)

A gyorsvonat 1 óra alatt 30 km-rel tesz meg többet, mint a tehervonat, azaz percenként 0,5 km-t hoz be a hátrányából. (3 pont)

A tehervonat 20 km-es előnyét a gyorsvonat 40 perc alatt hozza be, tehát 8 óra 10 perckor éri utol. (4 pont)

$$70 \cdot \frac{2}{3} = \frac{140}{3} \approx 46,7 \quad (1 \text{ pont})$$

**A gyorsvonat kb. 46,7 km úton éri utol a tehervonatot.** (1 pont)

Ellenőrzés... (1 pont)

**Összesen: 17 pont**

26) Egy új típusú, az alacsonyabb nyomások mérésére kifejlesztett műszer tesztelése során azt tapasztalták, hogy a műszer által mért  $p_m$  és a valódi  $p_v$  nyomás között a  $\lg p_m = 0,8 \cdot \lg p_v + 0,301$  összefüggés áll fenn.

A műszer által mért és a valódi nyomás egyaránt pascal (Pa) egységekben szerepel a képletben.

a) Mennyit mér az új műszer 20 Pa valódi nyomás esetén? (4 pont)

b) Mennyi valójában a nyomás, ha a műszer 50 Pa értéket mutat? (6 pont)

c) Mekkora nyomás esetén mutatja a műszer a valódi nyomást? (7 pont)

A pascalban kiszámított értékeket egész számra kerekítve adja meg!

**Megoldás:**

a)  $\lg p_m = 0,8 \cdot \lg 20 + 0,301$  (2 pont)

$$\lg p_m \approx 1,342 \quad (1 \text{ pont})$$

$$p_m \approx 22 \text{ (Pa)} \quad (1 \text{ pont})$$

b)  $\lg 50 = 0,8 \cdot \lg p_v + 0,301$  (2 pont)

$$\lg p_v = \frac{\lg 50 - 0,301}{0,8}, \quad (2 \text{ pont})$$

$$\lg p_v \approx 1,747 \quad (1 \text{ pont})$$

$$p_v \approx 56 \text{ (Pa)} \quad (1 \text{ pont})$$

c)  $p_v = p_m$  felismerése (2 pont)

(Legyen a keresett nyomás  $p_v = p_m = p$ )

$$\lg p = 0,8 \cdot \lg p + 0,301, \quad (2 \text{ pont})$$

$$\lg p = \frac{0,301}{0,2} = 1,505 \quad (2 \text{ pont})$$

$$p \approx 32 \text{ (Pa)} \quad (1 \text{ pont})$$

**Összesen: 17 pont**

27) Egy szám  $\frac{5}{6}$  részének a 20%-a 31. Melyik ez a szám? Válaszát indokolja!

(3 pont)

**Megoldás:**

A keresett számot  $x$ -szel jelölve, a szám  $\frac{5}{6}$  része:  $\frac{5}{6}x$ . (1 pont)

$$\frac{5}{6}x \cdot 0,2 = 31 \quad (1 \text{ pont})$$

$$x = 186 \quad (1 \text{ pont})$$

**Összesen: 3 pont**

28) Újsághír:

„Szeizmológusok számításai alapján a 2004. december 26-án Szumátra szigetének közelében kipattant földrengés a Richter-skála szerint 9,3-es erősségű volt; a rengést követő cunami (szökőár) halálos áldozatainak száma megközelítette a 300 ezret.”

A földrengés Richter-skála szerinti „erőssége” és a rengés középpontjában felszabaduló energia között fennálló összefüggés:

$$M = -4,42 + \frac{2}{3} \lg E.$$

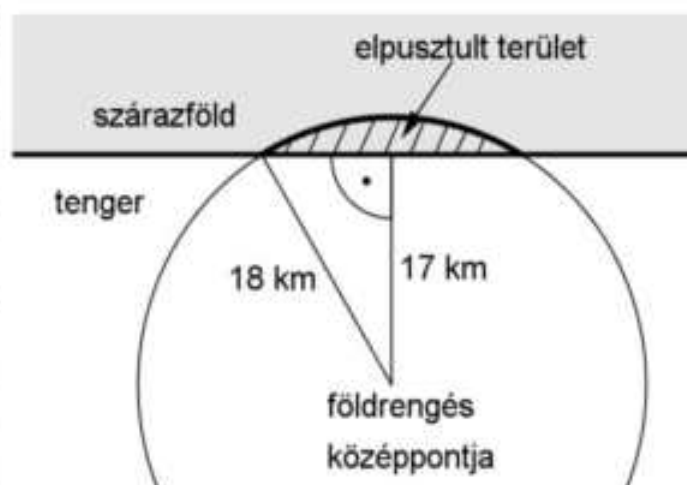
Ebben a képletben  $E$  a földrengés középpontjában felszabaduló energia mérőszáma (joule-ban mérve),  $M$  pedig a földrengés erősségét megadó nem negatív szám a Richter-skálán.

a) A Nagasakira 1945-ben ledobott atombomba felrobbanásakor felszabaduló energia  $1,344 \cdot 10^{14}$  joule volt. A Richter-skála szerint mekkora erősségű az a földrengés, amelynek középpontjában ekkora energia szabadul fel? (3 pont)

b) A 2004. december 26-i szumátrai földrengésben mekkora volt a felszabadult energia? (3 pont)

c) A 2007-es chilei nagy földrengés erőssége a Richter-skála szerint 2-vel nagyobb volt, mint annak a kanadai földrengésnek az erőssége, amely ugyanebben az évben következett be. Hányszor akkora energia szabadult fel a chilei földrengésben, mint a kanadaiban? (5 pont)

d) Az óceánban fekvő egyik szigeten a földrengést követően kialakuló szökőár egy körszelet alakú részt tarolt le. A körszeletet határoló körív középpontja a rengés középpontja, sugara pedig 18 km. A rengés középpontja a sziget partjától 17 km távolságban volt (lásd a felülnézeti ábrán). Mekkora a szárazföldön elpusztult rész területe egész négyzetkilométerre kerekítve? (6 pont)



**Megoldás:**

a)  $M = -4,42 + \frac{2}{3} \lg(1,344 \cdot 10^{14})$  (1 pont)

$$M \approx 5 \quad (2 \text{ pont})$$

$$b) \quad 9,3 = -4,42 + \frac{2}{3} \lg E \quad (1 \text{ pont})$$

$$\lg E = 20,58 \quad (1 \text{ pont})$$

Tehát a felszabadult energia:

$$E \approx 3,8 \cdot 10^{20} \text{ (J)}. \quad (1 \text{ pont})$$

c) A chilei rengés erőssége 2-vel nagyobb volt, mint a kanadai:

$$-4,42 + \frac{2}{3} \lg E_c = -4,42 + \frac{2}{3} \lg E_k + 2 \quad (1 \text{ pont})$$

$$\text{Rendezve: } \lg E_c - \lg E_k = 3 \quad (1 \text{ pont})$$

$$\text{(A logaritmus azonosságát alkalmazva) } \lg \frac{E_c}{E_k} = 3 \quad (1 \text{ pont})$$

$$\text{Ebből } \frac{E_c}{E_k} = 1000 \quad (1 \text{ pont})$$

**1000-szer** akkora volt a felszabadult energia. (1 pont)

d) *Lásd: Síkgeometria 39. feladat*

**Összesen: 17 pont**

**29) Oldja meg az alábbi egyenletrendszert a valós számok halmazán!**

$$\left. \begin{array}{l} 5x + y = 3 \\ x + y = 7 \end{array} \right\}$$

**Válaszát indokolja!** **(4 pont)**

**Megoldás:**

$$\text{A második egyenletből: } y = 7 - x \quad (1 \text{ pont})$$

$$\text{Az első egyenletbe helyettesítve: } 5x + 7 - x = 3. \quad (1 \text{ pont})$$

$$x = -1 \quad (1 \text{ pont})$$

$$y = 8 \quad (1 \text{ pont})$$

**Összesen: 4 pont**

**30) Az  $x^2 + bx - 10 = 0$  másodfokú egyenlet diszkriminánsa 49. Számítsa ki  $b$  értékét! Számítását részletezze!** **(3 pont)**

**Megoldás:**

$$b^2 + 40 = 49 \quad (1 \text{ pont})$$

$$b = 3 \text{ vagy} \quad (1 \text{ pont})$$

$$b = -3 \quad (1 \text{ pont})$$

**Összesen: 3 pont**

**31) Oldja meg az  $x^2 - 4x - 21 = 0$  egyenletet a valós számok halmazán!** **(2 pont)**

**Megoldás:**

A másodfokú egyenlet együtthatóit behelyettesítjük a másodfokú egyenlet megoldóképletébe.

$$x_{1,2} = \frac{4 \pm \sqrt{4^2 - 4 \cdot 1 \cdot (-21)}}{2 \cdot 1}, \text{ melyből a két gyök az } x_1 = 7 \text{ és } x_2 = -3 \text{ (1 pont)}$$

lesznek. (1 pont)

**Összesen: 2 pont**

**32) Az  $x$ -nél 2-vel nagyobb számnak az abszolút értéke 6. Adja meg  $x$  lehetséges értékeit!** **(2 pont)**

**Megoldás:**

A feladat szövege alapján az alábbi egyenlet írható fel:  $|x + 2| = 6$

Az egyenlet megoldásánál két esetet különböztetünk meg.

I.  $x + 2 = 6 \Rightarrow x_1 = 4$  (1 pont)

II.  $x + 2 = -6 \Rightarrow x_2 = -8$  (1 pont)

**Összesen: 2 pont**

**33) Oldja meg az alábbi egyenletet a nemnegatív valós számok halmazán!**

$$\sqrt{x} = 4^3 \quad (2 \text{ pont})$$

**Megoldás:**

A nemnegatív valós számok halmazán számolunk, ezért a négyzetre emelés jelen esetben ekvivalens átalakítás.

$$(\sqrt{x})^2 = (4^3)^2$$

$$x = 4^6 = 4096 \quad (2 \text{ pont})$$

**Összesen: 2 pont**

**34) a) Oldja meg az alábbi egyenletet a valós számok halmazán!**

$$7 - 2 \cdot (x + 5) = \frac{x + 6}{4} + \frac{x + 2}{2} \quad (5 \text{ pont})$$

**b) Oldja meg az alábbi egyenlőtlenséget a valós számok halmazán!**

$$x^2 - x - 2 \leq 0 \quad (5 \text{ pont})$$

**Megoldás:**

a) Először felbontjuk a zárójelet, közös nevezőre hozunk, majd felszorozunk a nevezővel.

$$7 - 2x - 10 = \frac{x + 6 + 2x + 4}{4} \quad (1 \text{ pont})$$

$$4(-3 - 2x) = 3x + 10 \quad (1 \text{ pont})$$

Az egyenletet tovább egyszerűsítve a megoldás  $x = -2$ . (2 pont)

Ellenőrzés... (1 pont)

b) Megoldjuk az  $x^2 - x - 2 = 0$  egyenletet, melynek gyökei  $x_1 = -1$  és  $x_2 = 2$  lesznek. (2 pont)

Mivel a másodfokú kifejezés főgyütthetője pozitív, ezért a parabola értékei a  $[-1; 2]$  intervallumon kisebb vagy egyenlők 0-nál. (3 pont)

**Összesen: 10 pont**

**35) a) Oldja meg az alábbi egyenletet a valós számok halmazán!** (5 pont)

$$(2x - 3)^2 = x^2$$

**b) Hány olyan (pozitív) háromjegyű páratlan szám van a tízes számrendszerben, amelynek minden számjegye különböző?** (5 pont)

**Megoldás:**

a) A zárójelet felbontva:  $4x^2 - 12x + 9 = x^2$  (1 pont)

Az egyenletet rendezve:  $3x^2 - 12x + 9 = 0$  (1 pont)

$$x_1 = 1 \text{ és } x_2 = 3 \quad (2 \text{ pont})$$

Ellenőrzés... (1 pont)

b) *Lásd: Kombinatorika 34. feladat*

**Összesen: 10 pont**

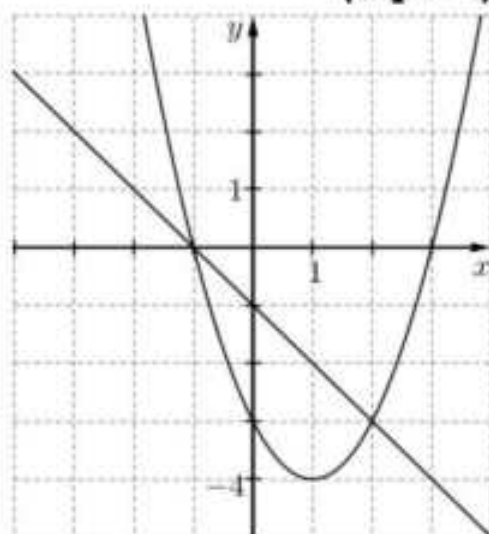
**36) Adott a valós számok halmazán értelmezett  $f$**

$$\text{függvény: } f : x \mapsto (x - 1)^2 - 4 .$$

- a) Számítsa ki az  $f$  függvény  $x = -5$  helyen felvett helyettesítési értékét! (2 pont)
- b) Ábrázolja az  $f$  függvényt, és adja meg szélsőértékének helyét és értékét! (5 pont)
- c) Oldja meg a következő egyenletet a valós számok halmazán:  
 $(x - 1)^2 - 4 = x - 1.$  (5 pont)

**Megoldás:**

- a) Lásd: Függvények 55. feladat
- b) Lásd: Függvények 55. feladat
- c) A  $g: x \mapsto -x - 1$  függvény helyes ábrázolása (ugyanabban a koordinátarendszerben) (2 pont)  
 A metszéspontok első koordinátáinak leolvasása:  
 $x_1 = -1 \quad x_2 = 2.$  (2 pont)  
 A kapott értékek ellenőrzése behelyettesítéssel.



37)

- a) Egy tört számlálója 119-cel kisebb a nevezőjénél. A tört egyszerűsített alakja  $\frac{4}{11}$ . Határozza meg ezt a törtet! (5 pont)
- b) A  $\frac{100}{n}$  tört nevezőjében az  $n$  helyére véletlenszerűen beírunk egy 100-nál nem nagyobb pozitív egész számot. Mekkora annak a valószínűsége, hogy az így kapott tört értéke egész szám lesz? (5 pont)

**Megoldás:**

- a) A törtet  $\frac{x}{y}$  alakban keressük. A szöveg alapján két egyenletet tudunk felírni:

$$\left. \begin{array}{l} \frac{x}{y} = \frac{4}{11} \\ x = y - 119 \end{array} \right\} \quad (1 \text{ pont})$$

A második egyenletet behelyettesítve az elsőbe megkapjuk, hogy  $x = 68$  és  $y = 187$ . (2 pont)

A keresett tört tehát:  $\frac{68}{187}$  (1 pont)

A szövegbe való behelyettesítéssel ellenőrizhetjük, hogy a tört számlálója 119-cel kisebb a nevezőjénél, a tört értéke pedig valóban  $\frac{4}{11}$  (1 pont)

- b) Lásd: Valószínűségszámítás 63. feladat

**Összesen: 10 pont**

- 38) a) Oldja meg az alábbi egyenletet a valós számok halmazán!

$$\frac{x}{x+2} = \frac{8}{(x+2)(x-2)} \quad (6 \text{ pont})$$

- b) Oldja meg az alábbi egyenlőtlenséget a valós számok halmazán!

$$\frac{x}{x+2} < 0 \quad (4 \text{ pont})$$

c) **Határozza meg a valós számokon értelmezett  $f(x) = x^2 - 6x + 5$  függvény minimumának helyét és értékét!** (4 pont)

**Megoldás:**

a) Kikötés: a nevező miatt  $x \neq -2$  és  $x \neq 2$  (1 pont)

Az egyenlet mindkét oldalát közös nevezőre hozva:

$$\frac{x(x-2)}{(x+2)(x-2)} = \frac{8}{(x+2)(x-2)} \Rightarrow x(x-2) = 8 \quad (2 \text{ pont})$$

0-ra rendezve az egyenletet:  $x^2 - 2x - 8 = 0$  (1 pont)

Az egyenlet gyökei  $x_1 = -2$  és  $x_2 = 4$  (1 pont)

Ellenőrzés behelyettesítéssel vagy az egyenlet értelmezési tartományán ekvivalenciára való hivatkozással:  $x_1 = -2$  nem megoldás,  $x_2 = 4$  megoldás.

(1 pont)

b) Az egyenlőtlenség akkor teljesül, ha  $x > 0$  és  $x+2 < 0$ , vagy ha  $x < 0$  és  $x+2 > 0$ . (2 pont)

Az első feltételnek megfelelő valós szám nincs, a második feltételből az egyenlőtlenség megoldása:  $-2 < x < 0$  ( $x \in \mathbb{R}$ ) (2 pont)

c) *Lásd: Függvények 59. feladat*

**Összesen: 14 pont**

**39) Oldja meg az alábbi egyenletet a valós számok halmazán!**

$$x^2 - 2x - 8 = 0 \quad (2 \text{ pont})$$

**Megoldás:**

A kifejezést szorzattá alakítva:  $(x-4)(x+2) = 0$ .

Egy szorzat akkor 0, ha legalább az egyik tényezője 0, így az egyenlet két megoldás  $x_1 = 4$  és  $x_2 = -2$  (2 pont)

**Összesen: 2 pont**

**40) a) Hány olyan háromjegyű egész szám van, amelyre igaz az alábbi egyenlőtlenség?**

$$\frac{x}{3} + \frac{x}{6} \geq \frac{x}{4} + 230 \quad (4 \text{ pont})$$

**b) Oldja meg az alábbi egyenletet a valós számok halmazán!**

$$3 \cdot 4^x + 4^{x+1} = 896 \quad (6 \text{ pont})$$

**Megoldás:**

a) A törteket közös nevezőre hozzuk:  $\frac{4x}{12} + \frac{2x}{12} \geq \frac{3x}{12} + 230$  (1 pont)

Az ismeretleneket egy oldalra rendezzük:  $\frac{3x}{12} \geq 230$  (1 pont)

Az egyenlet megoldása:  $x \geq 920$ . (1 pont)

999-919=80 olyan háromjegyű egész szám van, ami eleget tesz a feltételnek.

(1 pont)

b) *Lásd: Exponenciális és logaritmikus feladatok 34. feladat*

**Összesen: 10 pont**

**41) Egy 125 férőhelyes szállodában összesen 65 szoba van: egy-, két- és háromágyasak.**

a) **Hány háromágyas szoba van a szállodában, ha a kétágyas szobák száma háromszorosa az egyágyas szobák számának?** (7 pont)

A szállodába egy hat főből álló társaság érkezik: Aladár, Balázs, Csaba, Dezső, Elemér és Ferenc. Aladár és Balázs testvérek. A társaság tagjai az egyágyas 101-es, a kétágyas 102-es és a háromágyas 103-as szobát kapják. A recepciós kitesz a pultra egy darab 101-es, két darab 102-es és három darab 103-as szobakulcsot. A társaság tagjai a pultra helyezett kulcsok közül véletlenszerűen elvesznek egyet-egyet (ezzel kiválasztják a szobájukat).

b) Határozza meg annak a valószínűségét, hogy Aladár és Balázs kerül a 102-es szobába! (6 pont)

Érkezésük után a vendégek a szálloda éttermében vacsoráztak. Vacsorájukra várva látták, hogy az egyik pincér – sietős mozdulatai közben – leejtett és összetört egy tányért. A szálloda pincérei felszolgálatás közben átlagosan minden kétezredik tányért összetörnek (ezt tekinthetjük úgy, hogy  $\frac{1}{2000}$  annak a valószínűsége, hogy egy adott tányért összetörnek). A pincérek a következő vacsora alkalmával összesen 150 tányért szolgálnak fel.

c) Határozza meg annak a valószínűségét, hogy a következő vacsora közben a pincérek legalább egy tányért összetörnek! (4 pont)

### Megoldás:

a) Az egyágyas szobák száma legyen  $n$ , ekkor kétágyas szobából  $3n$ , háromágyasból  $65 - 4n$  darab van. (1 pont)

A feladat szövege alapján:  $n + 3n \cdot 2 + (65 - 4n) \cdot 3 = 125$ . (2 pont)

$195 - 5n = 125$  (1 pont)

$n = 14$  (1 pont)

Háromágyas szobából  $65 - 4 \cdot 14 = 9$  darab van a szállodában. (1 pont)

Ellenőrzés... (1 pont)

b) Lásd: Valószínűségszámítás 70. feladat

c) Lásd: Valószínűségszámítás 70. feladat

**Összesen: 17 pont**

42) Az  $f$  és  $g$  függvényeket a valós számok halmazán értelmezzük a következő képletek szerint:  $f(x) = (x+1)^2 - 2$ ;  $g(x) = -x - 1$

a) Ábrázolja derékszögű koordinátarendszerben az  $f$  függvényt! (Az ábrán szerepeljen a grafikonnak legalább a  $-3,5 \leq x \leq 1$  intervallumhoz tartozó része.) (4 pont)

b) Ábrázolja ugyanabban a koordinátarendszerben a  $g$  függvényt! (2 pont)

c) Oldja meg az  $(x+1)^2 - 2 \leq -x - 1$  egyenlőtlenséget! (6 pont)

### Megoldás:

a) Lásd: Függvények 5. feladat

b) Lásd: Függvények 5. feladat



- c)  $(x+1)^2 - 2 + x + 1 \leq 0$  (1 pont)  
 $x^2 + 3x \leq 0$  (1 pont)  
 Az egyenlőség teljesül, ha  $x_1 = -3$  vagy  $x_2 = 0$ . (2 pont)  
 A megoldás:  $-3 \leq x \leq 0$  (2 pont)  
 A feladat grafikusan is megoldható.

**Összesen: 12 pont**

43)

- a) **Ábrázolja a  $[-2; 4]$ -on értelmezett,  $x \rightarrow (x-1,5)^2 + 0,75$  hozzárendeléssel megadott függvényt!** (2 pont)  
 b) **Állapítsa meg a fenti függvény minimumának helyét és értékét!** (2 pont)  
 c) **Oldja meg a valós számok halmazán a  $\sqrt{x^2 - 3x + 3} = 1 - 2x$  egyenletet!** (8 pont)

**Megoldás:**

- a) *Lásd: Függvények 9. feladat*  
 b) *Lásd: Függvények 9. feladat*  
 c) Az egyenlet mindkét oldalát négyzetre emelve:  
 $x^2 - 3x + 3 = 1 - 4x + 4x^2$  (2 pont)  
 Rendezve  $3x^2 - x - 2 = 0$  (1 pont)  
 Gyökei:  $x_1 = 1$  illetve  $x_2 = -\frac{2}{3}$  (2 pont)  
 De  $x_1 = 1$  nem megoldás (nem teszi igazzá az eredeti egyenletet) (1 pont)  
 Az  $x = -\frac{2}{3}$  esetén mindkét oldal értéke  $\frac{7}{3}$ , ezért ez megfelelő valós gyök. (2 pont)

**Összesen: 12 pont**

44) **Egy televíziós játékban 5 kérdést tehet fel a játékvezető. A játék során a versenyző, ha az első kérdésre jól válaszol, 40 000 forintot nyer. Minden további kérdés esetén döntenie kell, hogy a játékban addig megszerzett pénzének 50, 75 vagy 100 százalékát teszi-e fel. Ha jól válaszol, feltett pénzének kétszeresét kapja vissza, ha hibázik, abba kell hagynia a játékot, és a fel nem tett pénzét viheti haza.**

- a) **Mennyi pénzt visz haza az a játékos, aki mind az öt feltett kérdésre jól válaszol, s bátran kockáztatva mindig a legnagyobb tétet teszi meg?** (4 pont)  
 b) **Az a játékos, aki mindig helyesen válaszol, de óvatos, és a négy utolsó fordulóban pénzének csak 50%-át teszi fel, hány forintot visz haza?** (4 pont)  
 c) **A vetélkedő során az egyik versenyző az első négy kérdésre jól válaszolt. A második kérdésnél a pénzének 100 %-át, a 3., 4. és 5. kérdés esetén pénzének 75 %-át tette fel. Az 5. kérdésre sajnos rosszul válaszolt. Hány forintot vihetett haza ez a játékos?** (5 pont)  
 d) **Egy versenyző mind az 5 fordulóban jól válaszol, és közben minden fordulóban azonos eséllyel teszi meg a játékban megengedett lehetőségek valamelyikét. Mennyi annak a valószínűsége, hogy az**

elnyerhető maximális pénzt viheti haza?

(4 pont)

**Megoldás:**

- a) Az első nyereménye 40 000 forint, a további négy fordulóban a pénze mindig megduplázódik, így a végén  $40000 \cdot 2^4 = \mathbf{640000}$  forint a nyeremény. (4 pont)
- b) Az első nyereménye 40 000 forint, a további négy fordulóban a pénze mindig másfélszereződik, így a végén  $40000 \cdot 1,5^4 = \mathbf{202500}$  forint a nyeremény. (4 pont)
- c) Az első nyereménye 40 000 forint, a további négy forduló végére  $40000 \cdot 2^1 \cdot 1,75^2 \cdot 0,25 = \mathbf{61250}$  forint a nyeremény. (5 pont)
- d) *Lásd: Kombinatorika 6. feladat*

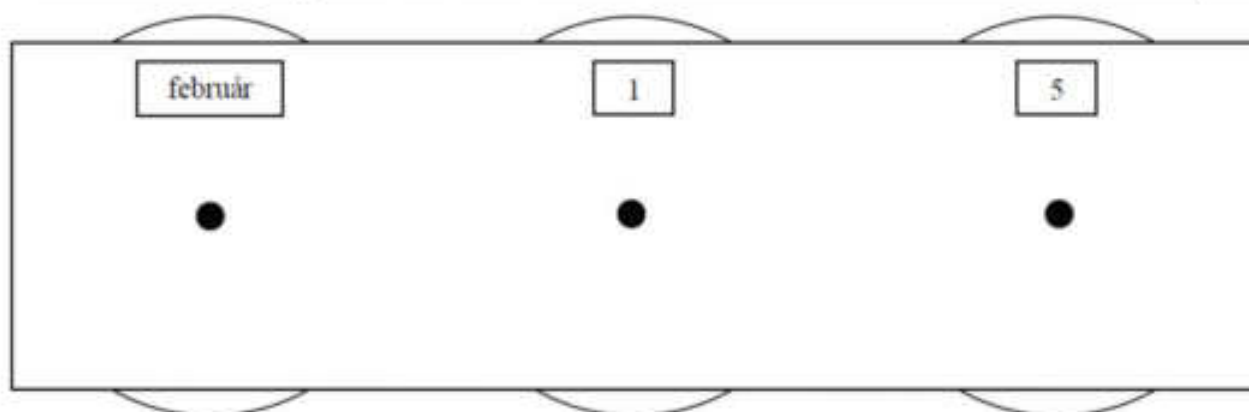
**Összesen: 17 pont**

**45) Az iskola rajztermében minden rajzasztalhoz két széket tettek, de így a legnagyobb létszámú osztályból nyolc tanulónak nem jutott ülőhely. Minden rajzasztalhoz betettek egy további széket, és így hét üres hely maradt, amikor ebből az osztályból mindenki leült.**

- a) **Hány rajzasztal van a teremben? Hányan járnak az iskola legnagyobb létszámú osztályába?** (6 pont)

A rajzterem falát (lásd az ábrán) egy naptár díszíti, melyen három forgatható korong található. A bal oldali korongon a hónapok nevei vannak, a másik két korongon pedig a napokat jelölő számjegyek forgathatók ki. A középső korongon a 0, 1, 2, 3; a jobb szélsőn pedig a 0, 1, 2, 3, .....8, 9 számjegyek szerepelnek. Az ábrán beállított dátum február 15. Ezzel a szerkezettel kiforgathatunk valóságos vagy csak a képzeletben létező „dátumokat”.

- b) **Összesen hány „dátum” forgatható ki?** (3 pont)
- c) **Mennyi a valószínűsége annak, hogy a három korongot véletlenszerűen megforgatva olyan dátumot kapunk, amely biztosan létezik az évben, ha az nem szökőév.** (3 pont)



**Megoldás:**

- a) A teremben  $x$  rajzasztal van, és az osztály létszáma  $y$ . (1 pont)
- $2x + 8 = y$  (1 pont)
- $3x - 7 = y$  (1 pont)
- $x = 15$  és  $y = 38$  (1 pont)
- Ellenőrzés (1 pont)
- 15 asztal van a teremben, és a kérdéses osztálylétszám 38 fő.** (1 pont)
- b) *Lásd: Kombinatorika 11. feladat*
- c) *Lásd: Valószínűségszámítás 13. feladat*

**Összesen: 12 pont**

46) a) Oldja meg az alábbi egyenletet a valós számok halmazán!

$$\frac{x^2 - 4x + 4}{x^2 - 4} = 2$$

(6 pont)

Legyenek  $f$ ,  $g$  és  $h$  függvények a valós számok halmazán értelmezve úgy, hogy

$$f(x) = x - 1,$$

$$g(x) = 2^x,$$

$$h(x) = |x| - 3.$$

b) Adja meg annak a függvények a betűjelét, amely a  $(-2)$ -höz  $(-1)$ -et rendel!

(2 pont)

c) Töltse ki az alábbi táblázatot az „igaz” és „hamis” szavakkal annak megfelelően, hogy az adott kijelentés igaz vagy hamis az adott függvény esetén!

(5 pont)

	van zérushelye	monoton növekvő a teljes értelmezési tartományon	van minimuma
$f$			
$g$			
$h$			

**Megoldás:**

a) Értelmezési tartomány:  $x \neq 2$  és  $x \neq -2$ . (1 pont)

Az egyenletet rendezve:  $x^2 - 4x + 4 = 2x^2 - 8$ . (1 pont)

$x^2 + 4x - 12 = 0$  (1 pont)

$x_1 = 2, x_2 = -6$  (2 pont)

**Értelmezési tartományra való hivatkozással, vagy behelyettesítéssel: a  $-6$  megoldása az egyenletnek, a  $2$  nem.** (1 pont)

b) Lásd: Függvények 64. feladat

c) Lásd: Függvények 64. feladat

**Összesen: 13 pont**

47) Amerikai kutatók 104 labrador genetikai elemzése alapján felállítottak egy egyenletet, amellyel (a kutya 3 hónapos korától) megmondható, milyen korú az adott kutya emberévekben. A kutya valódi életkorát években mérve jelölje  $K$ , ekkor az emberévekben kifejezett életkort ( $E$ ) az alábbi képlettel kapjuk:  $E = 37 \cdot \lg K + 31$  (ahol  $K > 0,25$ )

a) Egy kutya emberévekbe átszámított életkora  $E = 70$  év. Hány év, hány hónap ennek a kutyának a valódi életkora? Válaszát egész hónapra kerekítve adja meg! (6 pont)

Egy másik átszámítás szerint – a kutya 3 éves korától kezdve – az emberévekben kifejezett életkor az  $e = 5,5 \cdot K + 12$  képlettel kapható meg (ahol  $K > 3$ ).

b) Számítsa ki egy  $K = 8$  éves labrador esetén az emberévekben kifejezett életkort mindkét képlettel! Az amerikai kutatók képletéből

**kiszámított érték hány százalékkal nagyobb, mint a másik képletből  
kiszámított érték? (6 pont)**

**Megoldás:**

a) *Lásd: Exponenciális és logaritusos feladatok 37. feladat*

b) A 8 éves kutya a második számítási módszer szerint  $5,5 \cdot 8 + 12 = 56$  éves emberévekben mérve. (2 pont)

Az amerikai képlet szerint:  $37 \cdot \lg 8 + 31 \approx 64,4$  éves. (2 pont)

$\frac{64,4}{56} = 1,15$  (1 pont)

Tehát **15%**-kal nagyobb az amerikai kutatók képletéből számított érték, mint a másik. (1 pont)

**Összesen: 12 pont**

**48) a) Oldja meg az alábbi egyenletet a valós számok halmazán!**

$$(x + 4)^2 + (x + 1) \cdot (x + 2) = 9 \quad (6 \text{ pont})$$

**b) Oldja meg az alábbi egyenletrendszert a valós számpárok halmazán!**

$$\left. \begin{array}{l} 2x + y = 7 \\ 3x - 7y = 36 \end{array} \right\} \quad (6 \text{ pont})$$

**Megoldás:**

a) A zárójelek felbontása után:  $x^2 + 8x + 16 + x^2 + 3x + 2 = 9$ . (2 pont)

Összevonva:  $2x^2 + 11x + 9 = 0$ . (1 pont)

A másodfokú egyenlet megoldóképletét alkalmazva kijön, hogy  $x_1 = -1$  és

$x_2 = -4,5$ . (2 pont)

Ellenőrzés... (1 pont)

b) Az első egyenletből:  $y = 7 - 2x$ . (1 pont)

A második egyenletbe behelyettesítve:  $3x - 7 \cdot (7 - 2x) = 36$ . (1 pont)

Beszorzás és összevonás után kijön, hogy:  $17x - 49 = 36$ . (1 pont)

Innen  $x = 5$ , ezt visszahelyettesítve az első egyenletbe:  $y = 7 - 2 \cdot 5$ . (1 pont)

Tehát  $y = -3$ . (1 pont)

Ellenőrzés... (1 pont)

**Alternatív megoldás:**

Az első egyenletet 3-mal, a másodikat 2-vel szorozva:  $\left. \begin{array}{l} 6x + 3y = 21 \\ 6x - 14y = 72 \end{array} \right\} \cdot (2 \text{ pont})$

Az elsőből a másodikat kivonva:  $17y = -51$ . (1 pont)

Innen  $y = -3$ . (1 pont)

Valamelyik eredeti egyenletbe behelyettesítve:  $x = 5$ . (1 pont)

Ellenőrzés... (1 pont)

**Összesen: 12 pont**